3 1次関数 $y=ax+b$ …(Ⅰ)と関数 $y=cx^2$ …(Ⅱ)について，
次の条件が与えられているとき，次の問いに答えなさい。

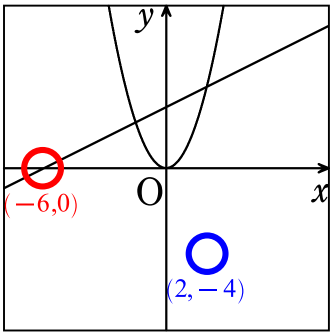
3 の解答時間の目安：約 10 分

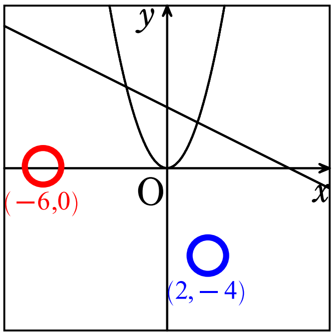
<条件>

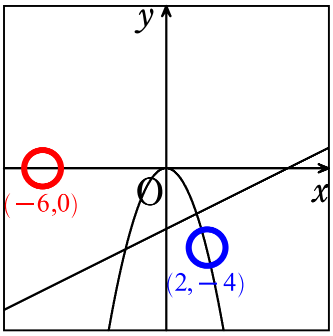
① (Ⅰ)のグラフと x 軸との交点の座標は $(-6,0)$ である。

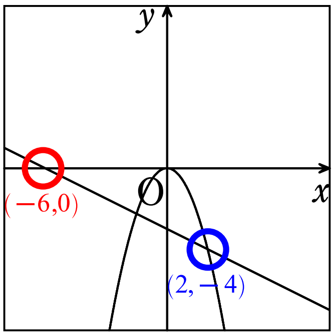
② (Ⅰ)と(Ⅱ)のグラフは交点が2つあり，そのうちの1点は点 $(2,-4)$ である。

(1) 2つの関数についてグラフで表したとき，最も適するグラフをア～エから1つ選んで答えなさい。

ア.


イ.


ウ.


エ.


解説

条件①から イとウ は間違い(赤い丸)

条件②から アとイ は間違い(青い丸)

よって，エが正しい

ポイント

条件がヒントになっているので，座標を適切に読み取ること，1次関数や関数 $y=ax^2$ のグラフがどのような形であるかをよく覚えておきましょう。

エ

(2) (Ⅰ)の関数について，式で表しなさい。

解説

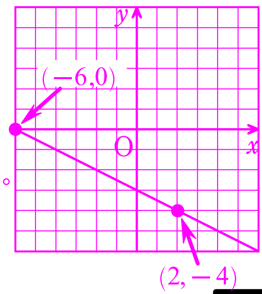
(Ⅰ)の式に，条件①より点 $(-6,0)$

つまり $x=-6$, $y=0$ を代入すると $0=-6a+b$ となる。

また，条件②より点 $(2,-4)$ つまり $x=2$, $y=-4$ を代入すると $-4=2a+b$ となる。

この2つの式についての連立方程式

$\begin{cases} 0=-6a+b \\ -4=2a+b \end{cases}$ これを解くと，$a=-\frac{1}{2}$, $b=-3$ よって，$y=-\frac{1}{2}x-3$



ポイント

2点から直線の式を求めるためには，

・連立方程式を利用して求める(左の解説)

・変化の割合(傾き)を求めて切片を求める

の2通りで解くことができます。

$$y=-\frac{1}{2}x-3$$

(3) 条件②について，もう1つの交点の座標を答えなさい。

解説

(Ⅱ)の式は $y=cx^2$ で，条件②から点 $(2,-4)$ を通るので，$x=2$, $y=-4$ を代入すると，$-4=c\times2^2$ つまり，$c=-1$ となる。よって，(Ⅱ)の式は $y=-x^2$ になる。(Ⅰ)と(Ⅱ)の交点を求めるには，次の連立方程式を解く。

$\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x-3 & \cdots(\text{Ⅰ}) \\ y=-x^2 & \cdots(\text{Ⅱ}) \end{cases}$ より，$-\frac{1}{2}x-3=-x^2$ この2次方程式を解くと，

$x=2$, $x=-\frac{3}{2}$ となる。よって，もう1つの交点の x 座標は $x=-\frac{3}{2}$ と分かり，その y 座標は $y=-\frac{9}{4}$ となる。

ポイント

直線と放物線($y=ax^2$)の交点の座標は，

$\begin{cases} y=ax+b \\ y=cx^2 \end{cases}$ という連立方程式で求めることができます。

$$\left(-\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}\right)$$